

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»

«УТВЕРЖДАЮ»:  
директор института фундаментальных наук  
А.М. Гудов  
25 сентября 2017 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ,**  
проводимых КемГУ самостоятельно,  
для поступающих по программе магистратуры  
на направление  
01.04.02 Прикладная математика и информатика  
в 2018 году

Кемерово, 2017

Программа предназначена для вступительных испытаний абитуриентов, поступающих по направлению подготовки магистратуры 01.04.02 Прикладная математика и информатика, для оценки их степени готовности к обучению по основной образовательной программе магистратуры.

Форма проведения вступительного экзамена – тест в виде письменной работы.

На экзамен выносятся следующие образовательные разделы:

- Математический анализ;
- Геометрия и алгебра;
- Дифференциальные уравнения;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Методы оптимизации;
- Программирование;
- Информатика;
- Методы вычислений.

Каждый раздел программы содержит вопросы, позволяющие определить основные умения и навыки, которыми должен обладать поступающий в магистратуру в соответствии с ФГОС ВО.

Тест включает в себя 12 заданий: 10 заданий общего уровня и общей подготовки, оцениваемые максимум по 5 баллов за каждое, и 2 задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи), оцениваемые по 25 баллов.

Задания общего уровня и общей подготовки оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если абитуриент полностью ответил на поставленный вопрос (решил правильно задачу);

4 балла ставится, если правильно решал задачу, но получил неверный ответ из-за ошибок вычисления или округлений;

3 балла ставится, если абитуриент правильно решал задачу, но допустил незначительные ошибки в реализации алгоритма решения или неправильно проводил вычисления;

2 балла ставится, если абитуриент наметил правильный путь решения, приступил к решению, но не довел решение до конца;

1 балл ставится, если абитуриент приступил к решению задачи, но выбрал неправильный алгоритм;

0 баллов ставится, если абитуриент не приступал к решению задачи.

Задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи) оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если в ситуационной задаче поставлена проблема.

10 баллов – если построена математическая модель задачи.

15 баллов – в задаче построена модель и проведено решение одного из этапов задачи.

20 баллов – задача решена, но содержатся неточности или ошибки в расчётах.

25 баллов – задача решена полностью.

Во время экзамена запрещено пользоваться учебниками, конспектами, другой литературой, а также техническими средствами связи.

Максимальное количество баллов – 100.

Нижний порог прохождения – 30 баллов.

Продолжительность вступительных испытаний – 180 мин.

Апелляции по вступительным испытаниям принимаются на следующий день после опубликования результатов.

В программе представлены:

- образцы вопросов по предметам;
- содержание тем, на основе которых составлены вопросы;
- учебная и учебно-методическая литература по теоретическим и практическим разделам.

## СОДЕРЖАНИЕ

### ТЕМЫ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО НАПРАВЛЕНИЮ 010400 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА:

- Математический анализ;
- Геометрия и алгебра;
- Дифференциальные уравнения;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Методы оптимизации;
- Методы вычислений;
- Информатика;
- Программирование.

### СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ И ОБРАЗЦЫ ВОПРОСОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ, ВКЛЮЧЕННЫМ В ПРОГРАММУ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА

#### 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.
  1. Существование предела монотонной последовательности.
  2. Сходимость по критерию Коши.
  3. Подпоследовательности, нахождение частичных пределов.
2. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.
  1. Нахождение предела функции.
  2. Порядок малости и порядок роста функции.
  3. Непрерывность и точки разрыва.
  4. Исследование на равномерную непрерывность.
3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.
  1. Нахождение производной сложной функции.
  2. Дифференциал, приближенные вычисления.
  3. Раскрытие неопределенностей.
  4. Формула Тейлора.
  5. Исследование функции.
  6. Неопределенный интеграл.
4. ИНТЕГРАЛ РИМАНА.
  1. Интеграл с переменным верхним пределом.
  2. Замена переменной в определенном интеграле.
  3. Приложения интеграла.
5. ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ.

Предел, непрерывность.
6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФМП.
  1. Исследование функции на дифференцируемость.
  2. Формула Тейлора.
  3. Дифференцирование неявных функций.
  4. Исследование на экстремум, условный экстремум.

5. Нахождение наибольших, наименьших значений функции.
7. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ.
  1. Исследование сходимости положительных рядов.
  2. Исследование абсолютной и условной сходимости.
8. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ.
  1. Исследование равномерной сходимости ФП.
  2. Нахождение области сходимости ФР.
  3. Равномерная сходимость ФР и свойства суммы.
9. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ.
  1. Нахождение радиуса сходимости, области сходимости.
  2. Разложение функции в степенной ряд.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. Курс математического анализа.- М.: Наука, 1988.
- [2] Л. Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. Т-1, 1988; Т-3,1991; - М.: Наука.
- [3] В. А. Зорич. Математический анализ. Т-1,2. -М.: Наука, 1984.

## 2. ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА

### АЛГЕБРА

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.
2. Определитель матрицы. Определитель с углом нулей. Разложение определителя. Определитель произведения матриц. Критерий равенства определителя нулю. Обратная матрица.
3. Многочлены. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Кратные корни.
4. Векторные пространства и линейные операторы. Базис и размерность векторного пространства. Подпространство, сумма подпространств, размерность суммы. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Диагонализируемость.
5. Евклидовы пространства. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации. Неравенства треугольника и Коши-Буняковского. Симметрические операторы. Ортогональные операторы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1989
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977

### ГЕОМЕТРИЯ

6. Скалярное, векторное и смешанное произведение. Аффинная и декартова системы координат. Уравнения линий и поверхностей.
7. Прямая линия на плоскости: общее уравнение прямой, параметрическое и каноническое уравнения, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно дан-

ному вектору уравнение. Расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми.

8. Плоскость и прямая в пространстве: общее и параметрическое уравнение плоскости, уравнение плоскости, проходящей через данную точку ортогонально данному вектору Расстояние от точки до плоскости, угол между плоскостями.

9. Общее и параметрическое уравнение прямой в пространстве, канонические уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещенными прямыми, угол между прямой и плоскостью, взаимное расположение двух прямых, взаимное расположение прямой и плоскости.

### 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения и его решения. Интегральная кривая.

2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли.

3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.

4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы уравнений.

5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высокого порядка.

6. Линейные однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.

7. Линейные системы с переменными коэффициентами. Линейная зависимость функций и определитель Вронского. Формула Лиувилля – Остроградского.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982
2. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1984
3. Самойленко А. С. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М.: Высшая школа, 1989
4. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник / П. С. Александров. - 2-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 511 с.
5. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009.
6. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Текст] : учебник / А. Г. Курош. - 16-е изд., стер. - СПб. : Лань ; М. : Физматкнига, 2007. - 431 с.
7. Зуланке Р., Онищик А.Л. Алгебра и геометрия. В 3 кн. Введение. Т.1, URSS, 2012
8. Глухов М.М. Алгебра и геометрия, URSS, 2012

9. Романко, В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Текст] / В.К. Романко [и др.] . – 3-е изд. – Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2012. – 219 с.

## **6. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

1. Классическое и геометрическое определение вероятности.
2. Теоремы сложения и умножения. Формула полной вероятности и формула Байеса.
3. Схема испытаний Бернулли.
4. Случайная величина, ее функция распределения, плотность вероятностей.
5. Числовые характеристики случайной величины.
6. Законы распределения случайных величин.
7. Закон распределения двумерной случайной величины, ее числовые характеристики.
8. Числовые характеристики функций от случайных величин, закон распределения.
9. Точечные оценки: меры центральной тенденции, меры изменчивости
10. Интервальные оценки. Понятие доверительного интервала.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. Новосибирск, Издательство институт математики, 1999
2. Чистиков В. П. Теория вероятностей М.: Наука, 1982
3. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982
4. Кремер Н.Ш. «Теория вероятностей и математическая статистика», учебник, М., 2010. 551 с.

## **7. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

1. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Геометрическая интерпретация ЗЛП. Графический метод решения.
2. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности решения. Градиентный метод безусловной оптимизации.
3. Общая задача нелинейного программирования. Необходимые условия минимума. Условие регулярности. Достаточные условия минимума.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Данилов Н.Н. Задачи нелинейного программирования. Методическая разработка по курсам «Методы оптимизации», «Вариационные исчисления и методы оптимизации. КемГУ, Кемерово, 1993.

2. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М., Наука, 1991.
3. Кузнецов Ю.Н. и др. Математическое программирование. М., Высшая школа, 1980.
4. Ногин В.Д. и др. Основы теории оптимизации. М., Высшая школа, 1986.
5. Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. - 2-е изд., стереотипное. - СПб.: Лань, 2012. - 448 с. // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=3799](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3799)
6. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации: учеб. пособие / В. Н. Крутиков; Кемеровский гос. ун-т. – Кемерово, 2011. – 91 с.

## **8. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

1. Абсолютная и относительная погрешности.
2. Погрешность функции. Линейная оценка погрешности.
3. Интерполяционный полином Лагранжа.
4. Оценка остаточного члена интерполяционного полинома Лагранжа.
5. Обобщенные квадратурные формулы.
6. Метод простой итерации решения СЛАУ.
7. Оптимизация скорости сходимости итерационных процессов.
8. Метод простой итерации решения систем нелинейных уравнений.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1975г.
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука.1975.
3. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М. Наука. 1978.
4. Бахвалов, Н. С. Численные методы: учеб. пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельников.- 7-е изд.- М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2011. - 636 с.
5. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика. Математическое программирование/ – СПб.: Лань, 2012. Точка доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/4550/>
6. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учеб. пособие / А. Б. Васильева [и др.]. - 3-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2010. - 429 с.

## **9. ИНФОРМАТИКА**

1. Основные структуры данных, алгоритмы поиска и сортировки. Структуры данных: списки, очереди, стеки, множества, графы, деревья.
2. Последовательный и бинарный поиск, поиск в двоичном дереве, устранение коллизий.



3. Элементы языка SQL. Компиляторы языка SQL. Стандартный интерфейс манипуляции с данными. Компилятор языка. Основные компоненты.
4. Целостность по ссылкам. Общие принципы поддержания целостности данных в реляционной модели. Целостность сущностей. Первичный и внешний ключи.
5. Типы транзакций. Два результата завершения транзакции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г. Гагарина, Е. В. Кокорина, Б. Д. Виснадул. - М. : ФОРУМ - ИНФРА-М, 2012. - 399 с.
2. Безручко, В. Т. Информатика : (курс лекций): учеб. пособие / В. Т. Безручко. - М. : ФОРУМ - ИНФРА-М, 2009. - 431 с. 20.
4. Гудов, А. М. Базы данных и системы управления базами данных. Программирование на языке PL/SQL : учеб. пособие / А. М. Гудов, С. Ю. Завозкин, Т. С. Рейн ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : ИНТ, 2010. - 133 с.
5. Информатика. Базовый курс : учеб. пособие для втузов / под ред. С. В. Симоновича. - 3е изд. - СПб. : Питер, 2012. - 637 с.
6. Кузнецов, С. Д. Основы баз данных : учеб. пособие / С. Д. Кузнецов. - 2-е изд., испр. М. : Интернет-Университет Информационных Технологий : Бином. Лаборатория Знаний, 2010. - 484 с.

#### 10. ПРОГРАММИРОВАНИЕ

1. Базисные типы данных в традиционных языках программирования.
2. Правила передачи параметров.
3. Инкапсуляция. Абстрактные типы данных.
4. Имена в языках программирования. Описания и области действия. Правила видимости. Перекрывание имен и видимость.
5. Процедуры, функции и модули. Организация ввода-вывода в языках программирования.
6. Сложные структуры данных.
7. Тип «указатель» и ссылочный тип. Реализация алгоритмов работы с динамическими структурами (списки, очереди, двоичные деревья).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хорев, П. Б. Объектно-ориентированное программирование : учеб. пособие / П. Б. Хорев. - 3-е изд., испр. - М. : Академия, 2011. - 447 с.
2. Гудов, А. М. Базы данных и системы управления базами данных. Программирование на языке PL/SQL : учеб. пособие / А. М. Гудов, С. Ю. Завозкин, Т. С. Рейн ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : ИНТ, 2010. - 133с.
3. Советов, Б. Я. Базы данных. Теория и практика : учебник / Б. Я. Советов, В. В. Цехановский, В. Д. Чертовской. - 2-е изд. - М. : Юрайт, 2012. - 463 с.

4. Любимский Э.З., Мартынюк В.В., Трифонов Н.П. Программирование. М.: Наука, 1980.
5. Вирт Н. Алгоритмы + структура данных = программа. М.: Мир, 1985.
6. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 1. Основные алгоритмы. М.: Мир, 1976.
7. Поляков Д.Б., Круглов И.Ю. Программирование в среде Турбо-Паскаль. М.: Изд-во МАИ, 1992.
8. Керниган Б., Ричи Д. Язык Си. М.: Финансы и статистика, 1990.
9. Стауструп Б., Эллис М. Справочное руководство по языку C++ с комментариями. М.: Мир, 1992.

## ВАРИАНТЫ ТЕСТА

1. Найти производную функции  $y = \frac{\ln^3(3x^4 - 2)}{\cos(x^2 - 5) + 7^{(x - \sin x)}}$

2. Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 + \sqrt{x\sqrt{a^2 + b^2}}}$

3. Вектор градиента указывает направление:

- 1) возрастания функции;
- 2) убывания функции;
- 3) постоянства функции.

4. Доказать равенство:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a + b - x) dx \quad (f \text{ непрерывна на } [a, b]).$$

5. Имеется две урны с различным составом шаров в каждой. В первой 5 белых и 3 черных. Во второй 2 белых и 8 черных. Из второй урны случайным образом извлекают два шара и перекладывают в первую. После чего из первой урны извлекаются два шара. Определить вероятность того, что среди извлеченных будет 1 белый, 1 черный шар.

6. Случайная величина равномерно распределена на отрезке  $[-5; 11]$ .

Найти ее основные числовые характеристики и вероятность попадания ее значений в интервал  $[2; 15]$ .

7 Точка  $x^* \in Q$  называется точкой локального минимума в задаче

$\min_{x \in Q \subset R^n} f(x)$ , если:

$x \in Q \subset R^n$

1.  $f(x) \geq f(x^*) \quad \forall x \in Q, \|x - x^*\| \leq \varepsilon$  при некотором  $\varepsilon > 0$ ;
2.  $f(x) \geq f(x^*)$  при  $\|x - x^*\| \leq \varepsilon$  при некотором  $\varepsilon > 0$ ;
3.  $f(x) < f(x^*)$  при  $\|x - x^*\| \leq \varepsilon$  при некотором  $\varepsilon > 0$ ;

Ответ: 1.

8. В результате умножения ненулевого вектора  $a \in R^n$  на матрицу

$vv^T (I - 0.5zz^T / (z, z))(I + 1.5uu^T / (u, u))(I + 2pp^T / (p, p))a$ , где  $z, u, p \in R^n$  ненулевые векторы, будет получен вектор коллинеарный:

1. Вектору  $z \in R^n$ .
2. Вектору  $u \in R^n$ .
3. Вектору  $p \in R^n$ .
4. Вектору  $a$ .

9. Проверить порядок аппроксимации выражения

$$\left. \frac{-3f_1 + 4f_2 - f_3}{2h} \right|_0$$

10. Выберите правильный вариант

По способу восприятия информации человеком различают следующие виды информации:

- 1) текстовую, числовую, символьную, графическую, табличную;
- 2) научную, социальную, политическую, экономическую, религиозную;
- 3) визуальную, звуковую, тактильную, обонятельную, вкусовую;
- 4) математическую, биологическую, медицинскую, психологическую.

### **11. Ситуационная задача 2.**

Цех выпускает два вида продукции А и Б с двумя видами ресурсов R1 и R2, запасы которых ежедневно составляют по 700 единиц. При выпуске единицы продукции А используется 3 единицы ресурса R1 и 4 единицы ресурса R2. При выпуске единицы продукции Б используется 4 единицы ресурса R1 и 3 единицы ресурса R2. Прибыль от единицы продукции вида А и Б одинакова.

Определить оптимальные объемы выпуска продукции.

Какой из ресурсов используется полностью?

### **12. Ситуационная задача 2.**

Разработать алгоритм, готовый к программированию, для поиска корня одномерной функции в ограниченной области.